

POLSKA AKADEMIA NAUK
Komitet Elektroniki i Telekomunikacji

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

II KRAJOWE SYMPOZJUM
Jabłonna 13 — 15 lutego 1979

ŚWIATŁOWODY I ICH ZASTOSOWANIA

TOM I

PAN JABŁONNA 79


Warszawa 1979

Sekcja A

Ryszard Romaniuk
Instytut Podstaw Elektroniki P.W.
Warszawa

INTERPRETACJE GEOMETRYCZNE ARGUMENTÓW FUNKCJI
FALOWYCH DLA ŚWIATŁOWODU O ALFA-ROZKŁADZIE
WSPÓLCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA

1. Argumenty falowe

Rozwiązania polowe dla światłowodu włóknistego można przedstawić przy pomocy funkcji walcowych o następujących argumentach [1] :

$$u = a \sqrt{k_1^2 - \beta^2} \quad , \quad k_1 = n_1 \cdot k \quad (1)$$

$$w = a \sqrt{\beta^2 - k_2^2} \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

Argumenty są związane ze sobą parametrem V zwanym częstotliwością znormalizowaną

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} = kaNA = \frac{2\pi aNA}{c} f \quad (3)$$

Dla włókna o skokowym rozkładzie współczynnika załamania parametry można wyrazić poprzez tzw. kąty rozkładu pola dalekiego

$$u = k a \sin \theta = k_1 a \sin Q \quad (4)$$

$$w = k a \left(\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta \right)^{1/2} \quad (5)$$

gdzie θ_m jest kątem aperturowym włókna, a Q jest kątem propagacji promienia wewnątrz włókna.

Ze wzorów (1) i (4) otrzymuje się:

$$\beta = k_1 \cos Q \quad (6)$$

2. Geometryczne warunki odcięcia

Dla rozwiązania na pole modowe $E_y = AJ_v(u) \cos v\phi \exp i(\omega t - \beta z)$ stosujemy przybliżenie funkcji Bessela dla dużych argumentów i

dowolnego rzędu $v < u$, oraz wyrażamy argument uzyskanej tak funkcji eksponencjalnej przez pierwsze dwa wyrazy szeregu Taylora w otoczeniu punktu $r = 0$, otrzymując:

$$\psi(r) = \psi(0) + \sqrt{\frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{r^2}} r + C_1 \quad (7)$$

W otoczeniu punktu $r = a$ przybliżenie jest następujące:

$$\psi(r) = \psi(a) + \sqrt{u^2 - v^2} \frac{r}{a} + C_2 \quad (8)$$

Pole modowe przybiera postać [2] :

$$E_y = \frac{(e^{2\psi} + e^{-2\psi})(e^{iv\phi} + e^{-iv\phi})e^{-i\beta z} e^{i\omega t}}{2\sqrt{2\pi} \left[\left(\frac{ur}{a} \right)^2 - v^2 \right]^{1/4}} \quad (9)$$

Ta aproksymacja pokazuje, że pole składa się z superpozycji 4 fal quasi płaskich spiralnych względem osi włókna. Rozważmy pojedynczy promień o wektorze falowym:

$$\bar{k} = \sqrt{\frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{r^2}} \bar{i}_r + \frac{v}{r} \bar{i}_\phi + \beta \bar{i}_z \quad (10)$$

Składowa osiowa wektora propagacji ma ograniczenia wynikające z (6):

$$k_2 \leq \beta \leq k_1 \quad (11)$$

Składowa radialna wektora propagacji ma ograniczenia wynikające z (10):

$$r \geq \frac{va}{u} \quad (12)$$

Ograniczenie tego typu nazywamy kaustyką ze względu na styczność do niej promieni modowych. Można zdefiniować argumenty falowe zmodyfikowane względem kaustyki:

$$\check{u} = \sqrt{u^2 - \frac{v^2}{\rho^2}} \quad \text{dla} \quad \frac{va}{u} < r < a \quad (13)$$

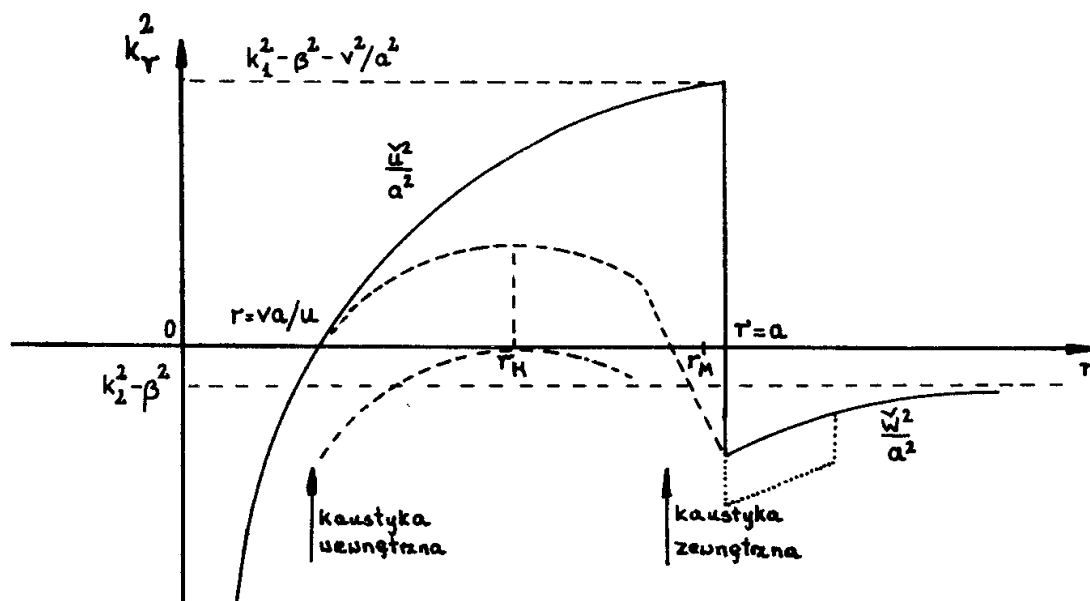
$$\check{w} = \sqrt{w^2 + \frac{v^2}{\rho^2}} \quad \text{dla} \quad r > a \quad (14)$$

gdzie $\rho = \frac{r}{a}$.

Argumenty falowe zmodyfikowane oraz warunki ograniczające na składową radialną pola można przedstawić na wykresie we

współrzędnych $k_r^2 - r$ [3], rys. 1.

Fala jest propagowana wyłącznie dla dodatniej wartości k_r . Dla $r > a$ składowa radialna pola jest na ogół bliska zera, więc przy wystarczająco grubym i małostratnym płaszczu nawet poza odcięciem straty modowe mogą być niewielkie. Dla modów skośnych fala porusza się dookoła obwodu cylindrycznego utworzonego przez kaustykę i wraz z nią poruszają się jej pola zanikające. Wraz z wzrastaniem odległości od włókna pole musi poruszać się szybciej.



Rys. 1. Wykres składowej radialnej wektora propagacji pola modowego (W analogiczny sposób można otrzymać wykres dla światłowodu alfa-gradientowego /krzywa przerywana/ oraz dla światłowodu typu W /krzywa kropkowana/). Dla światłowodu gradientowego pokazano dodatkowo sytuację promienia granicznego $v = v_m$, $u = 0$, gdzie v - azymutalna liczba modowa. Punkt r_M spełnia równanie $k^2 n^2(r_M) - \beta^2 = 0$.

Dla pewnego promienia krytycznego pole zanikające musiałoby przekroczyć prędkość światła w danym ośrodku poza rdzeniem. W takim punkcie pole staje się radiacyjne. Występuje więc również kaustyka dla promieniowania radiacyjnego. Marcuse [2] pokazał, że pole modowe poza włóknem posiada tendencję do tracenia składowej promieniowej i poruszania się na dużych odległościach równoległe do osi światłowodu, więc:

$$V(r) = \frac{\omega}{|k|} = \frac{kc}{\left(\beta^2 + \frac{v^2}{r^2}\right)^{1/2}} \quad (15)$$

dla $\beta > k_2$ jest $V(r) < \frac{c}{n_2}$, a więc pola modów falowodowych poruszają się na zewnątrz rdzenia z prędkością mniejszą niż prędkość

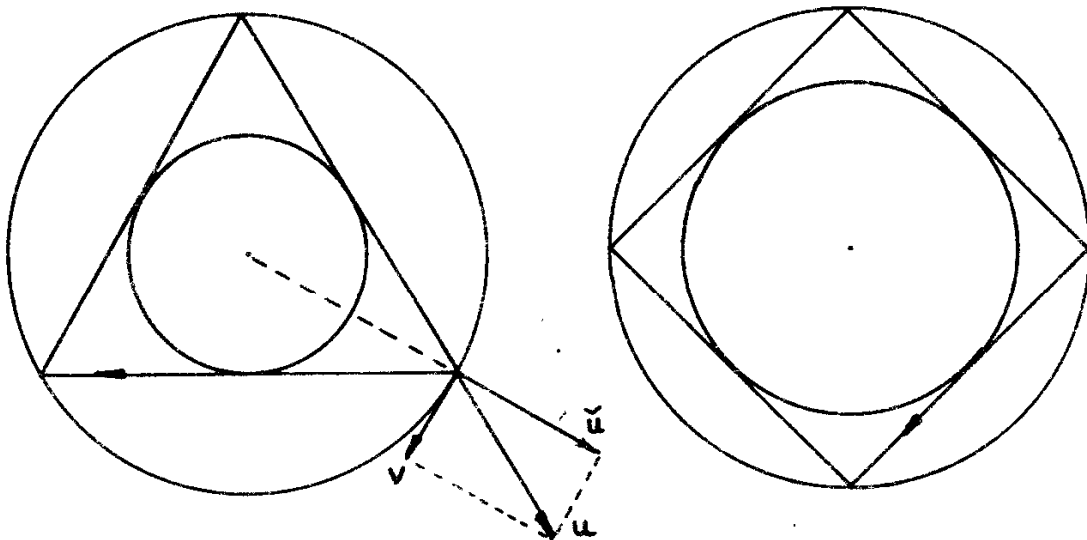
światła w tym ośrodku;

dla $\beta = 0$ jest $V(r) = rkc/v$, więc dla $r = v/k_2$ taka fala przekracza prędkość światła w ośrodku i traci moc przez radiację

dla $\beta = k_2$ jest $V(r) = c/n_2$ dla $r = \infty$ co stanowi warunek odcięcia.

3. Kaustyka w modelu promieniowym propagacji

Rozważając kaustykę modów falowodowych można powiązać jej wielkość z kształtem przybliżenia geometrycznego pola modowego. Pole modowe przyjmuje szczególnie prostą postać dla promieni kaustyki równych $r = a \sin \pi/n$ co daje np. dla $n = 3$ oraz dla $n = 4$



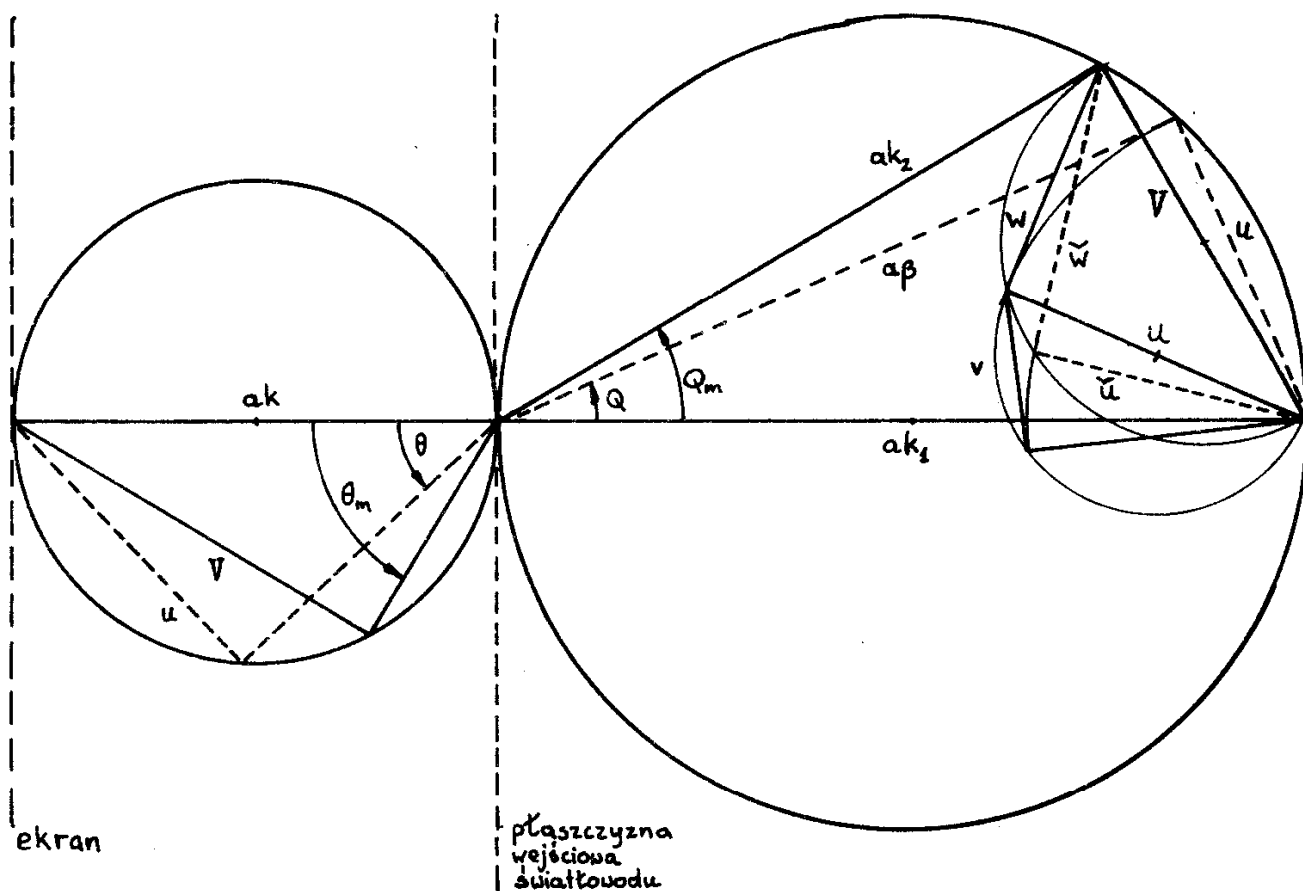
Rys. 2. Kaustyka i promień modowy dla przypadków $v = u/2$ oraz $v = u/\sqrt{2}$.

4. Interpretacja geometryczna argumentów falowych

Na zakończenie można przedstawić większość zależności geometrycznych pomiędzy argumentami falowymi na jednym wykresie (dla włókna o skokowym rozkładzie współczynnika załamania światła).

Dla małych kątów θ ustawiając ekran w odległości a k [mm] od końca włókna dla danego modu otrzymujemy obraz w przybliżeniu odległy od osi światłowodu o u [mm].

Dla światłowodu gradientowego o alfa-rozkładzie współczynnika załamania światła nie można przedstawić tak prostej i ogólnej interpretacji jak dla włókna o $\alpha = \infty$.



Rys. 3. Argumenty falowe dla płaszczyzny wejściowej światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania światła. $\theta_m = \arcsin NA$ - kąt aperturowy włókna, θ - kąt analizowanego promienia z osią światłowodu, u, w - argumenty falowe, V - częstotliwość znormalizowana, \tilde{u}, \tilde{w} - argumenty zmodyfikowane względem kaustyki, v - azymutalna liczba modowa. Argumenty zmodyfikowane narysowano dla $\varphi = 1$.

5. Literatura

- [1] A.W.Snyder: Asymptotic expressions for eigenfunctions and eigenvalues of a dielectric or optical waveguides. IEEE Trans. on MTT, vol.17, Dec. 1969, pp. 1130-1139.
- [2] D.Marcuse: Theory of dielectric optic waveguides. Academic Press, New York, 1974.
- [3] D.Gloge: Propagation effects in optical fibres. IEEE Trans on MTT, vol. 23, Jan. 1975, pp. 106-120.