POLSKA AKADEMIA NAUK
Komitet Elektroniki i Telekomunikacji

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

II KRAJOWE SYMPOZJUM
Jabłonna 13 — 15 lutego 1979

ŚWIATŁOWODY I ICH ZASTOSOWANIA

TOM I

PAN JABŁONNA 79

Warszawa 1979

Sekcja A

Ryszard Romaniuk
Instytut Podstaw Elektroniki P.W.
Warszawa

METODY BADANIA DYSPERSJI ŚWIATŁOWODÓW WIELOMODOWYCH

Sposób analizy dyspersji zależy od przyjętego modelu propagacji mocy w światłowodzie.

1. Metoda Glogego

Dla światłowodu o dowolnym rozkładzie współczynnika załamania spełnione jest [1]

$$\frac{\beta}{k}\frac{d\beta}{dk} = \int_0^\infty n^2(r)\,p(r)\,r\,dr \Big/ \int_0^\infty p(r)\,r\,dr \tag{1}$$

co można uprościć dla światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania światła do postaci:

$$\frac{\beta}{k}\,\frac{d\beta}{dk} = n_1^2\,\frac{P_1}{P} + n_2^2\,\frac{P_2}{P} = n \cdot N \tag{2}$$

gdzie: $P = P_1 + P_2$ moc propagowana w rdzeniu i płaszczu, n - modowy efektywny współczynnik załamania, N - grupowy współczynnik załamania.

Z wzoru (2) można otrzymać:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{nN - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \tag{3}$$

Z drugiej strony rozkład mocy modów falowodowych w rdzeniu i płaszczu można obliczyć całkując wektor Poyntinga po przekroju poprzecznym włókna

$$P_1 = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}(E_xH_y^* - E_yH_x^*)\,r\,dr\,d\phi \tag{4}$$

skąd otrzymuje się [2]

$$\frac{P_1}{P} = \frac{w^2}{V^2}\,(1 + j_m) \tag{5}$$

gdzie: w , u, V są argumentami falowymi.

Łącząc zależności (2) i (5) oraz stosując przybliżenie na zredukowaną funkcję Bessela

$$j_m = \frac{u^2}{V^2}\left[1-(w^2+m^2)^{-1/2}\right] \tag{6}$$

otrzymuje się

$$\frac{\beta}{k}\frac{d\beta}{dk} = n_1^2 + (n_2^2 - n_1^2)\,\frac{u^2}{V^2}\,(w^2+m^2)^{-1/2} \tag{7}$$

Wzór ten obowiązuje dla włókna o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, ale można go wprost zastosować dla włókna alfa-gradientowego, otrzymując

$$\frac{\beta}{k}\frac{d\beta}{dk} = n_1^2\left[1-\frac{4\Delta}{\alpha+2}\,\frac{u^2}{V^2}\right] \tag{8}$$

lub po przekształceniu do wartości opóźnienia grupowego, przy pomocy wzoru (10) na stałą propagacji [3]

$$\tau \triangleq \frac{L}{C}\frac{d\beta}{dk} = \frac{Ln_1}{C}\left[1+\frac{\alpha-2}{\alpha+2}\Delta+\frac{3\alpha-2}{\alpha+2}\,\frac{\Delta^2}{2}\right] \tag{9}$$

2. Metoda Olshansky'ego

Olshansky uzupełnił metodę Glogego dla włókna o alfa ≈ 2 włączając efekt wpływu różnicy w zależności współczynników załamania rdzenia i płaszcza od λ, na propagację modów [4]. Stała propagacji, obliczona metodą WKBJ, wynosi:

$$\beta_m = k_1\left[\left(1-2\Delta\frac{m}{M}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+2}}\right]^{1/2} \tag{10}$$

gdzie $M = k_1^2 a^2 \Delta \dfrac{\alpha}{\alpha+2}$ jest całkowitą liczbą modów falowodowych. Stąd można obliczyć opóźnienie grupowe uwzględniając fakt, że parametry Δ, n_1, M są funkcjami k

$$\tau_m = \frac{N_1 L}{C}\left[1+\frac{\alpha-2-y}{\alpha+2}\Delta\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+2}} + \frac{3\alpha-2-2y}{2(\alpha+2)}\Delta^2\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}} + O(\Delta^3)\right] \tag{11}$$

gdzie $y = -\dfrac{2n_1}{N_1}\,\dfrac{\lambda}{\Delta}\,\dfrac{d\Delta}{d\lambda}$

3. Metoda Geckelera

Opóźnienie grupowe modów we włóknie gradientowym jest zazwyczaj obliczane metodą opisaną w [3]. Metoda ta może jednak prowadzić do błędnych wyników, jeśli profil współczynnika załamania nie jest rozkładem typu alfa i posiada dodatkowo zniekształcenia statystyczne. Geckeler zaproponował metodę obliczania opóźnienia grupowego w przypadku włókna o ogólnym profilu współczynnika załamania

$$n^2(r) = n_o^2(1 - 2\Delta f(r)) \qquad 0 \leqslant r' \leqslant a \tag{12}$$

Stałą propagacji β można związać z wielkością k_o poprzez nową zmienną δ

$$\beta = k_o(1 - 2\delta)^{1/2} \qquad 0 \leqslant \delta \leqslant \Delta \tag{13}$$

Opóźnienie modowe wynosi

$$\tau = L\frac{d\beta}{d\omega} = L\frac{d\beta}{dk_o}\,\frac{dk_o}{dk}\,\frac{dk}{d\omega} = L\frac{n_o}{c}\left(1 - \frac{\lambda}{n_o}\frac{dn_o}{d\lambda}\right)\frac{d\beta}{dk_o} \tag{14}$$

gdzie: $$\frac{d\beta}{dk_o} = (1 - 2\delta)^{1/2}\left(1 - 2\delta - k_o\frac{d\delta}{dk_o}\right) \tag{15}$$

Mody o różnych μ, m (liczby modowe: azymutalna i radialna) lecz z tą samą β tworzą grupy. Jeśli profil włókna (12) jest dla $f(r) = (r/a)^{\alpha}$, to również wszystkie mody w grupie mają jednakową wartość $d\beta/dk_o$; jednak nie jest to słuszne dla dowolnych profili. W przypadku profilu typu alfa jest [3]:

$$\frac{d\beta}{dk_o} = (1 - 2\delta)^{-1/2}\quad 1 - (2 - q)\frac{2\Delta}{r_M^2}\int_0^{r_M} f(r)\, r\, dr \tag{16}$$

$$q = -\frac{k_o}{\Delta}\,\frac{d\Delta}{dk_o} \cong \frac{\lambda}{\Delta}\,\frac{d\Delta}{d\lambda} \tag{17}$$

$$k^2 n^2(r_M) - \beta^2 = 0 \tag{18}$$

Dla dowolnego profilu (12) równanie (16) przedstawia jedynie wartość średnią. Należy więc obliczyć wartość pochodnej dla poszczególnych modów. Każda grupa modowa posiada dwa mody brzegowe, dla których $d\beta/dk_o$ może być w prosty sposób obliczone. Jeden z tych modów jest skośny o $m = m_{max}$, $r_1 = r_2 = r_H$, $\mu = 0$ (patrz rys. 1 w [6]), a drugi południkowy. Wzór (16) przyjmuje dla modu skośnego postać

$$\frac{d\beta}{dk_o} = (1 - 2\delta)^{-1/2}\left[1 - (2 - q)\,\Delta f(r_H)\right] \; ; \quad \frac{r_M}{r_H} = \text{const} \tag{19}$$

a dla modu południkowego

$$\frac{d\beta}{dk_o} = (1-2\delta)^{-1/2}\left[1-(2-q)\Delta\left[f(r_M) - \frac{\int_0^{r_M}\left[f(r_M)-f(r)\right]^{1/2}dr}{\int_0^{r_M}\left[f(r_M)-f(r)\right]^{-1/2}dr}\right]\right] \tag{20}$$

4. Metoda Gamblinga

Przy badaniu transmisji światła w światłowodzie wielomodowym, model promieniowy okazuje się bardzo użyteczny w obliczaniu opóźnienia modowego i dyspersji. Teoria promieniowa nie może jednak dać dokładnych wyników i powinna być stosowana ostrożnie. Gambling udowodnił, że uwzględnienie przesunięcia Goosa-Hänchena niewiele wpływa na dyspersję modową. Długość promienia tworzącego kąt θ z osią falowodu o długości L jest: $L_p = n_2 L \sec\theta$, a uwzględniając przesunięcie Goosa-Hänchena [7]

$$L_p' = \frac{n_2 L}{\cos\theta + \frac{\Delta}{2a}\sin\theta} \tag{21}$$

5. Metoda Marcuse'a

Teoria mieszania modów nie zawiera zmiennej czasowej, więc odnosi się do przypadku fali ciągłej. Z punktu widzenia komunikacji optycznej istotnym jest poznanie własności propagacji impulsu w falowodzie wielomodowym, w oparciu o średnią moc, która jest funkcją czasu $P_\mu(z - v_\mu t)$. Sprzężone równania mocy Marcuse'a dla słabego mieszania modów [8] przybierają postać czasową

$$\frac{\partial P_\mu}{\partial z} + \frac{1}{v_\mu}\frac{\partial P_u}{\partial t} = -2\alpha_\mu P_\mu + \sum_{m=1}^{N} h_{\mu m}(P_m - P_\mu) \tag{22}$$

gdzie: $h_{\mu m} = |\widehat{K}_{\mu m}|^2 \, |F(\beta_\mu - \beta_m)|^2$ - współczynnik mieszania proporcjonalny do wybranej składowej widma Fouriera funkcji zniekształcenia, v_μ - prędkość grupowa μ-tego modu.

W przypadku światłowodu o bardzo dużej liczbie modów falowodowych wymiana mocy modowej może być opisana równaniem dyfuzji, pod warunkiem pobudzania tylko jednego modu:

$$\nabla(h\nabla P) = \frac{dP}{dz} \tag{23}$$

Równanie to dla geometrii cylindrycznej, przyjmując wyłącznie P(r), przybiera postać:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\,hr\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right) = \frac{dP}{dz} \tag{24}$$

Stosując przybliżenia Snydera dla obszaru dalekiego od odcięcia, sprzężone równania mocy opisane są zależnością:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{v(\theta)}\frac{\partial P}{\partial t} = -2\alpha P + \frac{\pi^2}{2k^2a^2}\,\frac{1}{\theta}\,\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\theta h\,\frac{\partial P}{\partial\theta}\right) \tag{25}$$

Równania (22) oraz (25) można stosować przy analizie propagacji impulsu w światłowodzie zaburzonym.

6. Zagadnienie optymalizacji profilu współczynnika załamania światła dla światłowodu wielomodowego

Stosując metody optyki geometrycznej lub analizę WKB pierwszego rzędu w zagadnieniu optymalizacji profilu współczynnika załamania światła dla włókna wielomodowego otrzymuje się wartość minimalnej dyspersji modowej równą $n_o\Delta^2L/8c$ przy $\alpha = 2$ oraz przy $\alpha = 2+y$, gdzie y jest parametrem reprezentującym dyspersję profilu światłowodu wg. wzoru (11), jeśli uwzględnić dyspersję wielkości Δ. Minimalne rozszerzenie impulsu wynosi więc kilkaset ps/km dla $\Delta = 1\%$.

Trzeba jednak zauważyć, że analiza WKB jest metodą przybliżoną, wyprowadzoną ze skalarnego równania falowego /dokładnie z równania oscylatora/ poprzez pominięcie pewnych pochodnych współczynnika załamania światła w dokładnym wektorowym równaniu falowym. Z tego względu analiza skalarna może być w przybliżeniu zastosowana do włókna z bardzo małym gradientem współczynnika załamania światła [9].

W wielu wypadkach to przybliżenie nie może być zastosowane. Dotyczy to przede wszystkim światłowodów jednomodowych o wąskim rdzeniu a także światłowodów o skokowym profilu, gdzie obszar szybkich zmian n może być porównywalny z wartością λ. Aby uzyskać optymalny rozkład współczynnika załamania światła należy analizować włókno dokładniejszą metodą, uwzględniając pominięte gradienty współczynnika załamania. Stosuje się w takiej analizie metody perturbacyjne [8], metody wariacyjne [10], metody rozwinięcia w szeregi potęgowe i funkcyjne [11], a także bardzo obiecującą metodę transformacji gradientowego rozkładu współczynnika załamania na sumę wielu rozkładów skokowych o zmiennej wartości skoku i zmiennej wartości promienia rdzenia [12]. Stosując tą ostatnią metodę można przetransformować problem analizy rozkładu pola w światłowodzie do postaci macierzowej, a więc stosunkowo prostej, w porównaniu z innymi metodami, do rozwiązań numerycznych przy pomocy EMC.

Należy również pamiętać, że założenie rozkładu np. w postaci potęgowej typu α, czy nawet rozkładu bardziej ogólnego (12), nie może prowadzić do otrzymania rozwiązania globalnie optymalnego. Prowadzi to jedynie do rozwiązania optymalnego w wybranej klasie profili. Procedura optymalizacji globalnej wymaga założenia rozkładu współczynnika załamania światłowodu w postaci szeregu potęgowego r i obliczania współczynników rozwinięcia w tym szeregu tak aby minimalizowana była dyspersja modowa [13].

Również należy zauważyć, że powyższa optymalizacja dotyczy jedynie problemu dyspersji modowej. Na dyspersję całkowitą składają się dodatkowo czynniki pochodzące od dyspersji falowodowej, którą można optymalizować przez wybór odpowiednio małej wartości Δ, oraz dyspersji materiałowej, która zależy w znacznym stopniu od szerokości pasma źródła, a którą można minimalizować poprzez odpowiedni dobór długości fali źródła [14].

Dalsze prace nad analizą dyspersji falowej są prowadzone przez autora wykorzystując równolegle metodę macierzową oraz metodę perturbacyjną.

Autor pragnie wyrazić podziękowanie prof.dr A.Smolińskiemu za cenną pomoc przy pracy.

7. Literatura

[1] K.M.Case, On wave propagation in inhomogeneous media. J.Math.Phys., vol. 13, 1972.

[2] D.Gloge, Propagation effects in optical fibers. IEEE MTT, vol. 23, Jan. 1975.

[3] D.Gloge, E.A.J.Marcatili, Multimode theory of graded-core

fibers. B.S.T.J., vol. 52, Nov. 1973.

[4] R.Olshansky, D.B.Keck, Material effects on minimizing pulse broadening. Top.meet. on opt.fibre transm., Williamsburg 1975, paper TuC5.

[5] S.Geckeler, Group delay in graded-index fibres with non-power-low refractive profiles. Electron.Lett., vol. 13, No 1, 1977.

[6] R.Romaniuk, Interpretacje geometryczne argumentów funkcji falowych..., niniejsze wydanie.

[7] W.A.Gambling et al., Optical fibres and the Goos-Hänchen shift. Electron.Lett., vol. 10, No 7, 1974.

[8] D.Marcuse, Theory of dielectric optical waveguides. Acad. Press, New York 1974.

[9] T.Okoshi, Optimum profile design of optical fibers and related requirements for profile measurement and control. IOOC 1977, paper C2.1.

[10] T.Okoshi, K.Okamoto, Analysis of wave propagation in inhomogeneous optical fibers using a variational method. IEEE Trans. on MTT, vol.22, No.11, 1974.

[11] J.G.Dil, H.Block, Propagation of electromagnetic surface waves in a radially inhomogeneous optical waveguide. Opto-Electronics, vol.5, Sept. 1973.

[12] T.Tanaka. Y.Suematsu, An exact analysis of cylindrical fiber with index distribution by matrix method and its application to focusing fiber. Proc. of IECE 1976.

[13] K.Okamoto, Studies on the optimum refractiwe index profile for a multimode optical fiber. in Bulletin of The E.E. Departments No.26, Dec. 1977, Univ. of Tokyo.

[14] B.Luther-Davies, D.N.Payne, W.A.Gambling, Evaluation of material dispersion in low-loss phosphosilicate-core optical fibres. Opt. Commun., vol.13, 1975.